EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

COLEGIO DE BACHILLERES

Matemáticas II

2° SEMESTRE

8 CRÉDITOS

Índice

Introducción GENERAL

La comprensión de las Matemáticas te brinda las herramientas para interpretar el entorno a través de la cuantificación, medición y descripción por medio de ecuaciones y funciones. Una vez que se entiende un concepto matemático, el entorno se mirará de manera diferente. Las aplicaciones matemáticas se pueden observar en cada aspecto de la vida diaria, en la cuenta de las compras, en la construcción de un edificio, en los registros de las calificaciones de los estudiantes, en la evolución de una enfermedad, entre otros.

Particularmente, la asignatura de Matemáticas II tiene como propósito que desarrolles el razonamiento geométrico, a partir de la aplicar estrategias de análisis solución de problemas a través de la representación de objetos geométricos, así como de las propiedades del pensamiento lógico espacial, para que comprendas el uso de la configuración espacial, de las relaciones implicadas.

Este material constituye un apoyo para el momento de contingencia que se está viviendo actualmente y tiene la intención de contribuir a que logres adquirir los aprendizajes comprendidos únicamente en el corte **2** y **3** de la asignatura de Matemáticas II, por lo que te recomendamos revisar tus apuntes y trabajos correspondientes al corte 1.

Es recomendable que al momento de estudiar atiendas las siguientes recomendaciones:

- Reduce o elimina las distracciones
- Dedica un tiempo exclusivo para el estudio
- Designa un espacio particular para tu estudio
- Organiza cuáles serán los temas que vas a estudiar
- Realiza anotaciones y sigue los procedimientos de manera activa, es decir, reprodúcelos y compruébalos por tu cuenta
- Anexa hojas si lo consideras necesario
- Ten a la mano una calculadora científica y explórala con el fin de conocer su funcionamiento
- Si se te presentan dudas, repasa el contenido o consulta el material recomendado en la sección ¿Quieres conocer más?
- Comprueba tus resultados en la sección Tabla de verificación, en caso de no coincidir, sigue las recomendaciones que se te indican.

Corte de aprendizaje

CORTE 2

Congruencia y semejanza de triángulos

Propósito

Al finalizar este corte comprenderás las propiedades y teoremas de semejanza y congruencia de los triángulos para aplicarlos en el planteamiento e interpretación de la solución de problemas de su entorno.

Contenido especifico	Aprendizajes esperados
Criterios de congruencia de Triángulos	❖ Significarás los criterios de congruencia de triángulos constructivamente mediante distintos medios.
Teorema de Tales y semejanza de triángulos	❖ Interpretarás visual y numéricamente al Teorema de Tales en diversos contextos y situaciones cotidianas.

Conocimientos PREVIOS

Para que logres desarrollar los aprendizajes esperados correspondientes al corte 2 es importante que reactives los siguientes conocimientos:

- Polígonos
- Ángulos
- Notación de puntos y rectas
- Notación de triángulos
- Clasificación de triángulos
- Proporcionalidad
- Rectas paralelas
- Despeje de variables

Es importante que revises tus apuntes, la bibliografía y recursos que te hayan recomendado tus profesores para el corte 1.

Contenidos

A continuación, encontrarás una serie de conceptos que serán el apoyo para lograr el propósito del corte 2.

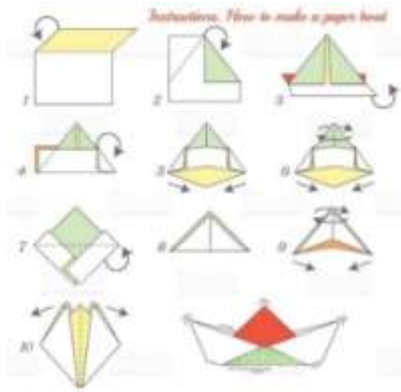
Congruencia de triángulos

¿Sabes el significado de congruencia? En Geometría la palabra congruencia se utiliza para comparar dos o más figuras que tienen la misma forma y el mismo tamaño. Una situación ilustrativa es la comparación de tus manos, ambas coinciden en forma y tamaño. En la vida diaria puedes encontrar muchas figuras que son congruentes, a continuación, enlista cinco de ellas.

1. _______________
2. ______________
3. _______________
4. _______________
5. _______________

Y aunque parece muy sencillo poder determinar cuáles son las figuras congruentes, no siempre es tan simple, todas las hojas de un árbol parecen ser iguales, sin embargo, al compararlas resulta que no tienen exactamente el mismo tamaño o tienen formas similares, pero no exactas, por lo que se utilizan criterios más concretos con el fin de asegurar que dos figuras son congruentes. En el caso de los triángulos, existen tres criterios de congruencia: Lado-Ángulo-Lado (LAL), Lado-Lado-Lado (LLL) y Ángulo-Lado-Ángulo (ALA).

Antes de analizar los criterios antes mencionados, construye con una hoja de papel un barquito siguiendo el siguiente diagrama:

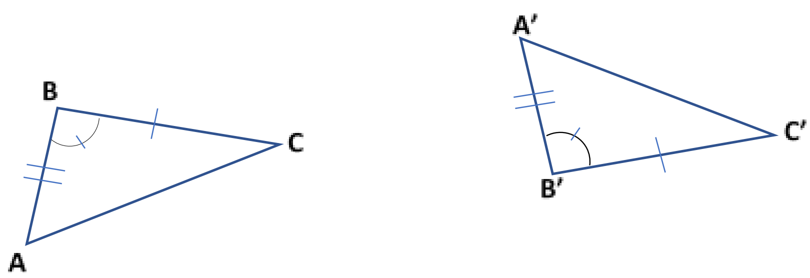


Con el barquito terminado, en los dobleces del papel ¿puedes encontrar triángulos que tengan la misma forma y la misma medida, es decir, triángulos congruentes?, ¿cuántos triángulos reconoces? Si te ayuda puedes remarcarlos con marcador. Muestra fotos de los triángulos encontrados.

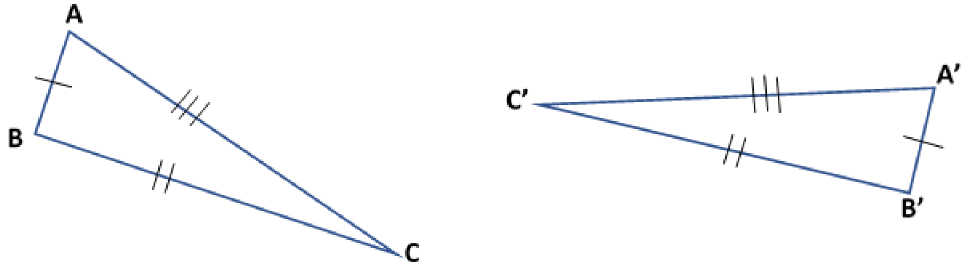
¿Cómo puedes asegurar que los triángulos que encontraste son congruentes? Lee la definición de los criterios de congruencia para que sepas cómo poder afirmar que los triángulos que encontraste son congruentes.

Congruencia de Triángulos

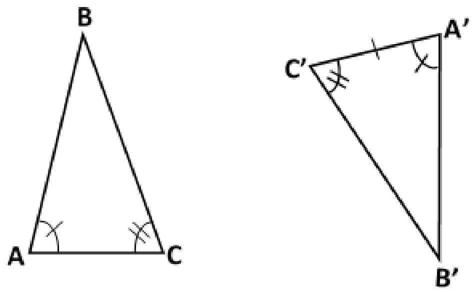
Primer criterio de Congruencia: Lado-Ángulo-Lado o LAL
Dos triángulos que tienen dos lados y el ángulo comprendido entre ellos de la misma medida, son triángulos correspondientes.



Segundo criterio de Congruencia: Lado-Lado-Lado (LLL)
Dos triángulos que tienen con tres lados de la misma medida son triángulos correspondientes.



Tercer criterio de Congruencia: Ángulo-Lado-Ángulo (ALA)
Dos triángulos con un lado de la misma medida y sus dos ángulos adyacentes iguales, son triángulos congruentes.



Observa los pares de triángulos con los que se ilustra la congruencia. Las marcas que tienen los lados correspondientes (AB y A'B'), indican que tienen la misma medida, lo mismo pasa con los ángulos.

Teorema de Tales

Tales de Mileto fue un filósofo y matemático griego que entre sus muchas aportaciones formuló un teorema que hasta nuestros días sigue utilizándose para determinar la medida de los lados de triángulos semejantes.

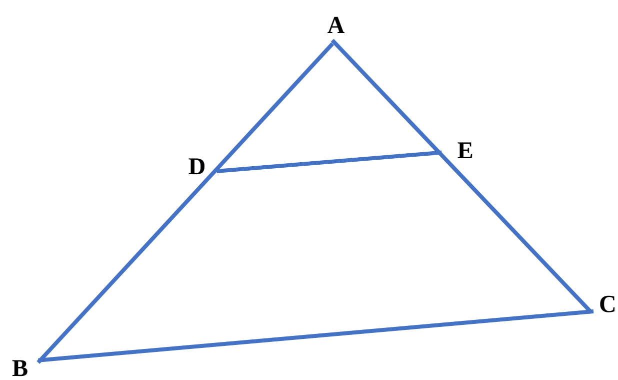
Recuerda que se dice que son triángulos semejantes a aquellos que tienen la misma forma, pero diferente tamaño, dicho de otra manera, los ángulos de triángulos semejantes miden lo mismo, y el tamaño de sus lados son proporcionales.

Cuenta la historia que Tales utilizó su famoso teorema para determinar la altura de la Pirámide de Keops, la cual es tan alta que es prácticamente imposible de medir mediante procedimientos físicos. Lo hizo mediante la medición de la sombra de la pirámide y comparándola con su propia sombra a la misma hora del día.

El teorema consiste en comparar proporcionalmente las medidas de los lados correspondientes de triángulos semejantes y específicamente dice:

Si en un triángulo ABC se traza una recta paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene otro triángulo cuyos lados son proporcionales a los del primer trángulo.

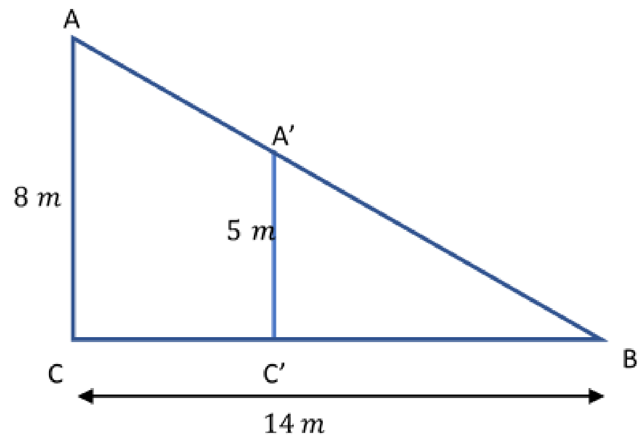
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}}$$



Al aplicar el teorema anterior a situaciones que involucran triángulos semejantes, podemos calcular distancias inaccesibles, o facilitar la determinación de longitudes. A continuación, se presenta un ejemplo.

Se presenta el triángulo ABC, se traza una línea paralela al lado $\overline{AC}$. Con las medidas dadas, calcula la medida del lado $\overline{BC'}$

Ya que AC es paralela a A'C', se forman un par de triángulos semejantes ABC y A'BC', por lo que se pueden establecer la proporcionalidad entre sus lados correspondientes.



La proporcionalidad entre los lados se plantea considerando los lados correspondientes entre ambos triángulos, los datos proporcionados y la incógnita del problema.
En particular, al observar ambos triángulos, tienen la misma forma tomándolo como base para realizar la comparación.
¿Por qué se toman los lados del ejemplo? Se toman AC y A’C’ porque se tienen ambas medidas, y se toman BC y BC’ porque se tiene la medida del primero y el segundo es la incógnita.

El siguiente paso consiste en sustituir los datos que se tienen en la expresión planteada.

Se realiza la multiplicación cruzada de los términos, 8 por BC’ y 5 por 14

Finalmente, se despeja $BC’$, obteniendo así su valor 8.75 metros.

En esta sección desarrollarás actividades o productos que te permitirán ejercitar los aprendizajes esperados.

Actividad 1

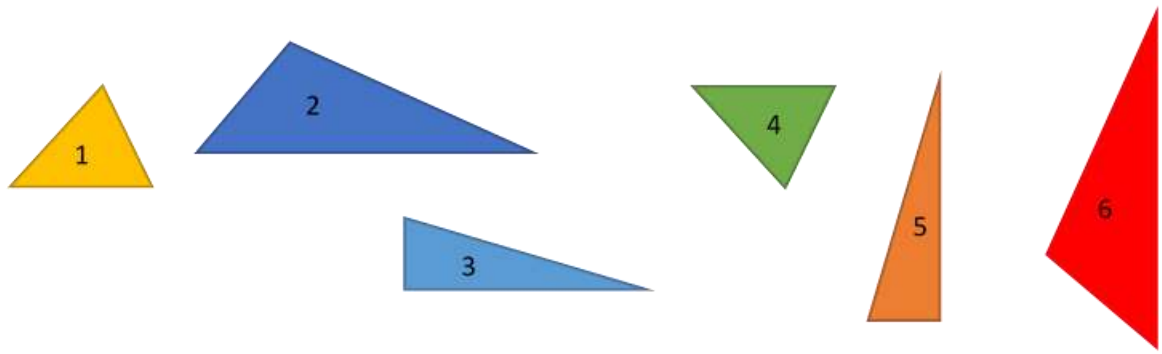
Ilustra cada uno de los criterios con los triángulos encontrados en la construcción del barco de papel, incluye las medidas de los lados y los ángulos en la comparación.

LAL

LLL

Actividad 2

Compara los triángulos del conjunto mostrado y determina cuáles de ellos son congruentes. Utiliza uno de los criterios para explicar la congruencia a través de las medidas de ángulos o lados.



Triángulos congruentes: triángulo___ y triángulo ___

Criterio de congruencia: ______________________

Argumento:____
____
____

Triángulos congruentes: triángulo___ y triángulo ___

Criterio de congruencia: ______________________

Argumento:____
____
____

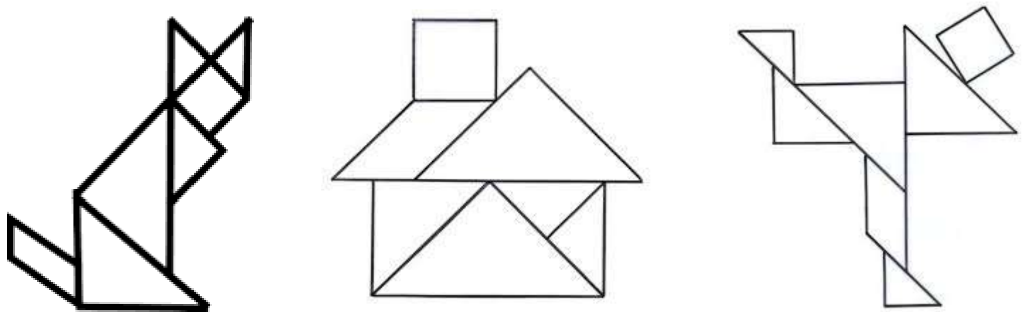
Triángulos congruentes: triángulo___ y triángulo ___

Criterio de congruencia: ______________________

Argumento:____
____
____

Actividad 3

En cada una de las figuras, remarca con color los triángulos que consideras congruentes, posteriormente mide sus lados y ángulos para poder compararlos a través de los criterios de congruencia.



Gato:

Criterio LAL

Triángulo 1		Triángulo 2	
Medida Lado 1:		Medida Lado 1:	
Ángulo		Ángulo	
Medida lado 2:		Medida lado 2:	
¿Coinciden las medidas de lados y ángulos en ambos triángulos?			
Conclusión:			

Casa:

Criterio LLL

Triángulo 1		Triángulo 2	
Medida lado 1:		Medida lado 1:	
Medida lado 2:		Medida lado 2:	
Medida lado 3:		Medida lado 3:	
¿Coinciden las medidas de los lados de ambos triángulos?			
Conclusión:			

Patinador

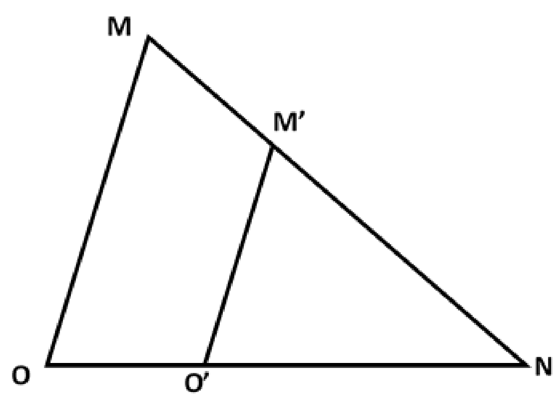
Criterio ALA

Triángulo 1		Triángulo 2	
Ángulo 1:		Ángulo 1:	
Ángulo 2:		Ángulo 2:	
Ángulo 3:		Ángulo 3:	
¿Coinciden las medidas de los ángulos de ambos triángulos?			
Conclusión:			

Actividad 4

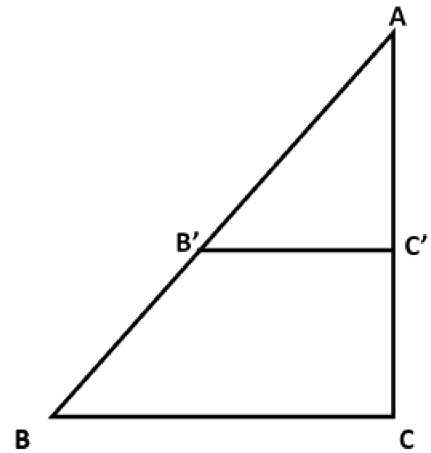
Completa la relación de proporcionalidad de los lados de los siguientes triángulos semejantes:

A)



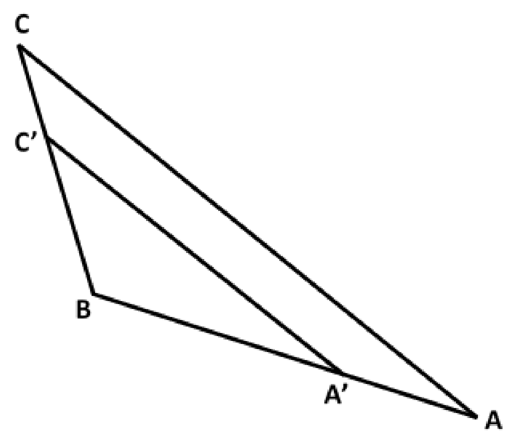
$$\frac{\overline{MO}}{\overline{M'O'}} = \frac{\overline{\quad\quad}}{\quad\quad} = \frac{\overline{\quad\quad}}{\quad\quad}$$

B)



$$\frac{\overline{}}{\overline{}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AC'}} = \frac{\overline{}}{\overline{}}$$

C)

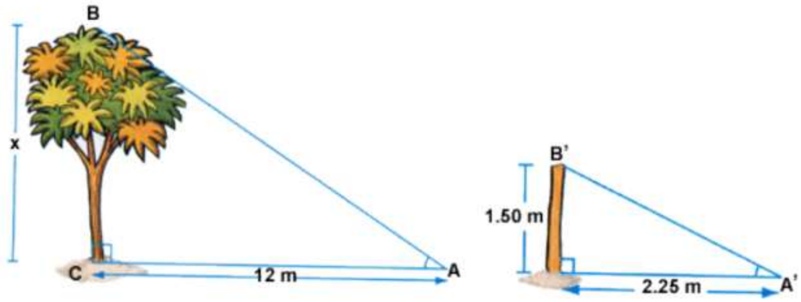


$$\frac{\overline{}}{\overline{}} = \frac{\overline{}}{\overline{}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

Actividad 5

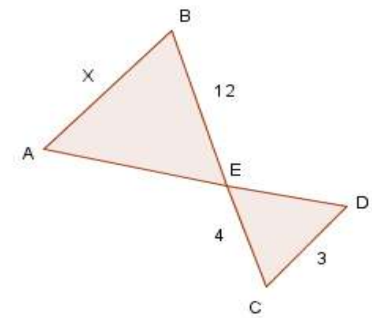
Determina la medida del lado que se te solicita en cada caso.

a) Determina la altura del árbol, considerando los datos de la figura[1].



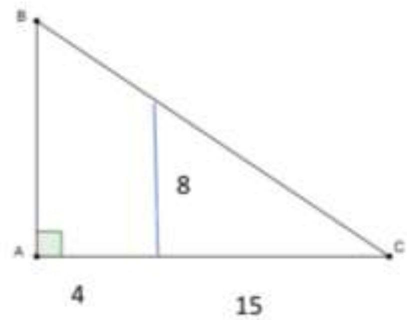
[1] Tomado de Guía de Matemáticas. Colegio de Bachilleres Plantel 19 "Ecatepec".

b) Establece la proporcionalidad entre los lados correspondientes en los dos triángulos de la figura y hallar el valor de x. Considera que el segmento $\overline{AB}$ es paralela ($\|$) al segmento $\overline{CD}$.[2]



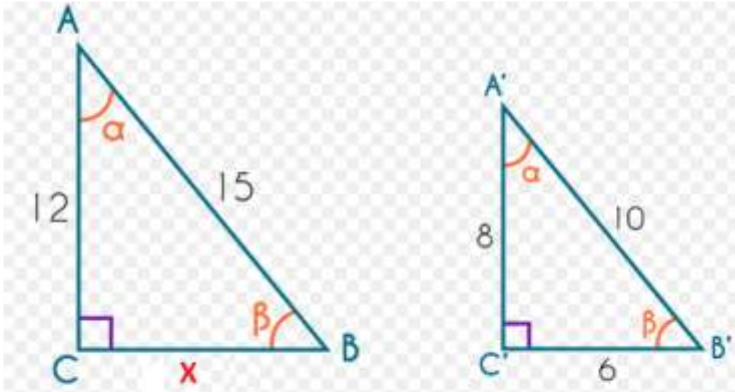
[2] Tomado de Guía de Estudio para Examen de Evaluación de Recuperación Plan 2018. Matemáticas II. Colegio de Bachilleres Plantel 2 “Cien metros”.

c) Determina el valor del segmento $\overline{AB}$.[3]



[3] Íbidem

d) Dados los siguientes triángulos semejantes, determina la magnitud del lado x.[4]



[4] Aportado por el Profesor Efraín Nava, Plantel 4

¿QUIERES CONOCER MÁS?

Este apartado iene como propósito presentarte recomendaciones de textos que le permitan consultar o estudiar de manera organizada, todos los contenidos específicos de la guía.

- Baldor, A. (2004). Geometría plana y del espacio y trigonometría. Vigésima reimpresión México: Publicaciones Cultural.
- Clemens, E. (2004). Geometría. México: Pearson
- Filloy, E., Zubieta, G. (2001) Geometría. México: Grupo Editorial Iberoaméricana
- Explicación del Teorema de Tales, incluye ejemplos de aplicación. https://es.khanacademy.org/math/geometria-pe-pre-u/x4fe83c80dc7ebb02:semejanza-de-triangulos/x4fe83c80dc7ebb02:teorema-de-tales/v/teorema-de-tales-matemticas-khan-academy-en-espaol
- Página que incluye explicación detallada del Teorema de Tales, los ejercicios de cada video van incrementando su complejidad.
  https://aprende.org/pages.php?r=.portada_course_view&programID=matematicas&tagID=1168&load=3349&n=8
  https://aprende.org/pages.php?r=.portada_course_view&programID=matematicas&tagID=1168&load=3350&n=8
  https://aprende.org/pages.php?r=.portada_course_view&programID=matematicas&tagID=1168&load=4845&n=8
- Explicación de ejercicios de Teorema de Tales. Este canal de YouTube tiene una variedad de ejercicios explicados de Teorema de Tales
  https://www.youtube.com/watch?v=-MplVMcxOEY
- Documento PDF con explicación, ejemplos y ejercicios para que pruebes lo que has aprendido.
  https://www.guao.org/sites/default/files/Teorema%20de%20Thales.pdf
- Cuestionario sobre el Teorema de Tales. Prueba lo que has aprendido.
  https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/basica/ejercicios-interactivos-del-teorema-de-thales.html

Fuentes CONSULTADAS

- Baldor, A. (2004). Geometría plana y del espacio y trigonometría. Vigésima reimpresión México: Publicaciones Cultural.
- Clemens, E. (2004). Geometría. México: Pearson
- Filloy, E., Zubieta, G. (2001) Geometría. México: Grupo Editorial Iberoaméricana
- Guía de Estudio para Examen de Evaluación de Recuperación Plan 2018. Matemáticas II. Colegio de Bachilleres Plantel 2 “Cien metros” https://guiasbach2.webcindario.com/pagina8.html
- Guía para círculo de estudio, grupo de estudio y examen directo. Matemáticas II. Colegio de Bachilleres Plantel 7 “Iztapalapa” https://drive.google.com/file/d/16pMCqFYjCHXsGe0HbDZ56DzIfwwlmEBg/view
- Guía de estudio para presentar el examen extraordinario. Matemáticas II. Colegio de Bachilleres Plantel 8 “Cuajimalpa” https://drive.google.com/file/d/1oH5QHFT4Jg0eUEwFb8KTx7h96cVwrDqe/view
- Guía de Matemáticas. Colegio de Bachilleres Plantel 19 “Ecatepec”. https://sites.google.com/site/cb19portevi/mat
- Guía para presentar exámenes de Recuperación o Acreditación Especial (Apoya a Plan 92). Matemáticas III. Colegio de Bachilleres https://repositorio.cbachilleres.edu.mx/wp-content/material/guias/mate_III.pdf

Corte de aprendizaje

CORTE 3

Elementos de Trigonometría

Propósito

Al finalizar este corte comprenderás las relaciones trigonométricas para aplicarlas en la solución y argumentación de problemas de tu contexto, además de que fortalecerás tu razonamiento lógico matemático.

Contenido especifico	Aprendizajes esperados
Relaciones trigonométricas	❖ Interpretarás y construirás relaciones trigonométricas en el triángulo.
Círculo trigonométrico	❖ Analizarás al círculo trigonométrico y describirás a las funciones angulares, realizarás mediciones y comparaciones de relaciones espaciales.

Conocimientos PREVIOS

Para que logres desarrollar los aprendizajes esperados correspondientes al corte 2 es importante que reactives los siguientes conocimientos:

- Polígonos
- Medición de ángulos
- Clasificación de triángulos
- Clasificación de ángulos
- Nomenclatura de puntos y rectas
- Nomenclatura de triángulos
- Sustitución de fórmulas
- Despeje de variables
- Manejo de calculadora
- Plano cartesiano

Contenidos

A continuación, encontrarás información relevante sobre los aprendizajes esperados planteados para este corte.

Relaciones trigonométricas en el triángulo

La trigonometría es el estudio y medición de los triángulos, sus lados y ángulos, por sus raíces griegas, trigonometría se puede definir como “medida de triángulos”.

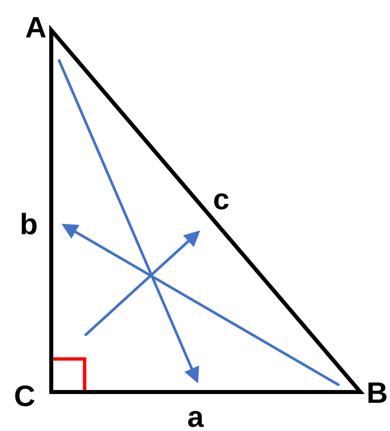
Una de las herramientas de la trigonometría son las razones o relaciones trigonométricas, que obtienen su nombre porque relacionan los lados de un triángulo rectángulo a través de una razón para obtener la medida de sus ángulos agudos. Las razones trigonométricas son seis, pero las más comunes son: seno (sen), coseno (cos) y tangente (tan), las otras tres son llamadas inversas, y son las recíprocas de las primeras: secante (sec), cosecante (csc) y cotangente (cot).

Antes de iniciar el planteamiento las relaciones trigonométricas, se presenta la manera como usualmente se nombran los lados y ángulos de un triángulo rectángulo.

Se utilizan letras mayúsculas para nombrar cada vértice de un triángulo, por lo tanto, también los ángulos reciben ese mismo nombre. Las letras más utilizadas son: A, B y C. Reservando a C para el vértice del ángulo recto.

Los lados se nombran de la misma manera que su vértice opuesto, pero con minúscula.

En un triángulo rectángulo, los lados que forman el recto se llaman catetos, y el lado opuesto se llama hipotenusa, además este lado siempre es el más grande.



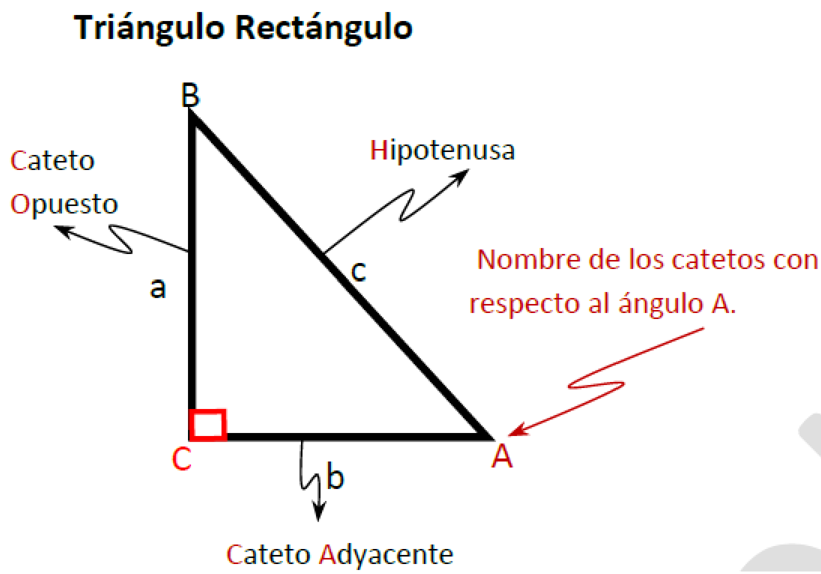
Las relaciones trigonométricas, tienen las siguientes expresiones:

$$\text{Seno: } sen\,\theta = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$$

$$\text{Coseno: } cos\ \theta = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$$

$$\text{Tangente: } tan\ \theta = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$$

Para poder utilizar estas expresiones, se tienen que plantear considerando a uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo y nombrar a los lados. A continuación, se muestra un ejemplo, considerando como referencia al ángulo A.



Razones Trigonométricas considerando el ángulo A: se utilizan solo en el triángulo rectángulo para calcular la medida de los lados y también para obtener la medida del ángulo A.

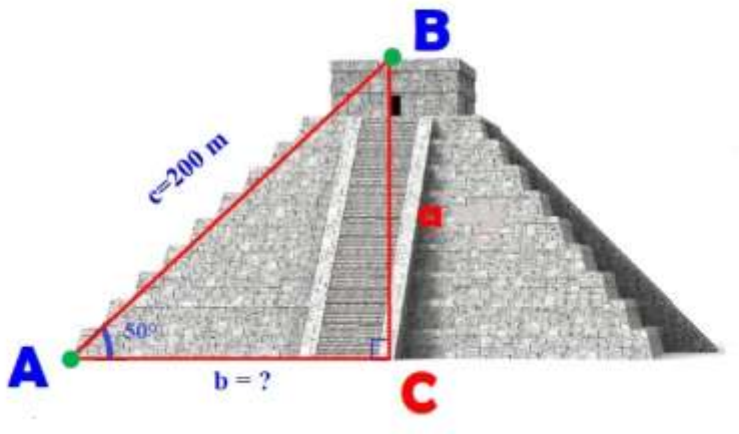
Directas | **Inversas**

$$\text{seno } A = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{CO}{H} = \frac{a}{c} \rightarrow \text{cosecante } A = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Opuesto}} = \frac{H}{CO} = \frac{c}{a}$$

$$\text{coseno } A = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{CA}{H} = \frac{b}{c} \rightarrow \text{secante } A = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{H}{CA} = \frac{c}{b}$$

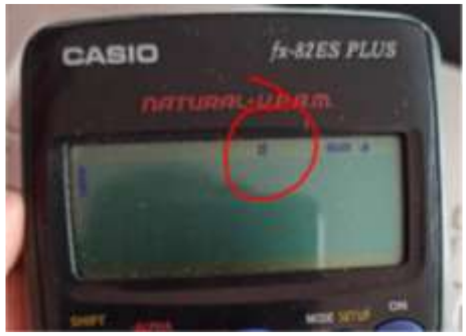
$$\text{tangente } A = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{CO}{CA} = \frac{a}{b} \rightarrow \text{cotangente } A = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Cateto Opuesto}} = \frac{CA}{CO} = \frac{b}{a}$$

Imagina que vas de visita a la pirámide de Kukulkán en el sitio arqueológico de Chichén Itzá, al mirarla te sorprende lo alta que es y te preguntas cuánto medirá, ¿cómo se podrá determinar su altura?



Con base en los datos que se tienen, se define cuál será la o las relaciones trigonométricas que se pueden utilizar para determinar la altura de la pirámide.

- Cómo se conoce la medida del ángulo A y de la hipotenusa. Conviene determinar las relaciones con base en este ángulo, por lo cual, la altura, representada por el lado a, es el cateto opuesto a dicho ángulo. ¿Cuál de las razones trigonométricas directas relaciona estos tres elementos, ángulo A, hipotenusa y cateto opuesto?
$$sen\ A = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$$
- Primero se determina la razón trigonométrica, posteriormente se sustituyen los nombres de los elementos en el ejemplo en particular
$$sen\ A = \frac{a}{c}$$
- El siguiente paso es sustituir los valores que se conocen.
$$sen\ 50° = \frac{a}{200}$$
- A partir de esta expresión se despeja el valor que se quiere conocer.
$$a = 200 \cdot sen\ 50°$$
- Es necesario determinar el valor de $sen(50°)$, para lo cual vas a necesitar utilizar una calculadora científica, y revisar que se encuentre programada en grados.



La manera en que ingresas los valores a la calculadora depende del modelo que tengas y cómo este diseñada. Es recomendable que primero identifiques los botones que tienen las funciones, seno, coseno y tangente.

$$sen\ 50° = 0.7660$$

- Retomando el valor de $sen\ 50°$, se sustituye en la expresión despejada.

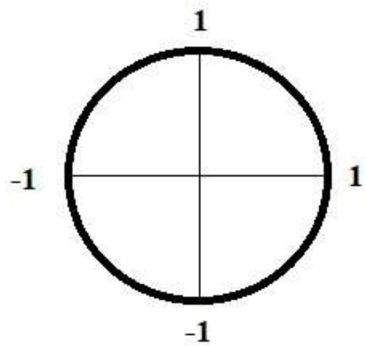
$$a = 200 \cdot sen\ 50°$$
$$a = 200(0.7660)$$
$$a = 153.2\ m$$

Con los datos que se tienen puedes determinar la distancia de la esquina de la pirámide a las escalinatas, en la imagen se identifica con la letra b. ¿Cuál relación trigonométrica directa utilizarías?

Para ayudarte, primero identifica con cuáles datos cuentas, cuál es la incógnita y cuál razón trigonométrica los relaciona a todos.

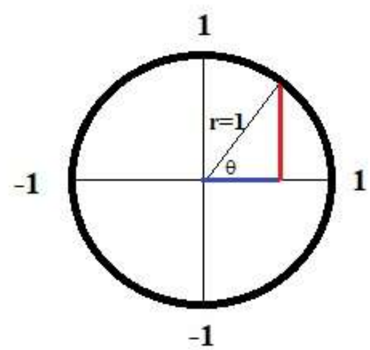
Círculo trigonométrico

El círculo trigonométrico, es un círculo unitario, es decir, que su radio tiene como medida la unidad y su centro se ubica en el origen del plano cartesiano. Se utiliza como herramienta para tener un fundamento teórico de las funciones trigonométricas.



α

Además, con ayuda del círculo trigonométrico se pueden determinar el valor aproximado de las razones trigonométricas para valores determinados de ángulos. Por ejemplo:



Imagina que dibujas un triángulo rectángulo con vértice en el centro del círculo unitario, como se muestra en la figura anterior. Si se quisiera obtener la función seno y coseno del ángulo q, se pueden aplicar las razones trigonométricas.

$$sen\ q = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$$

De la figura se conoce que la hipotenusa de este triángulo mide uno, por lo cual, el valor del $sen\ q$, coincide con el valor del cateto opuesto (resaltado con rojo en la figura).

$$sen\ q = \frac{cateto\ opuesto}{1}$$

$$sen\ q = cateto\ opuesto$$

Un análisis similar se realiza para el valor del $cos\ q$,

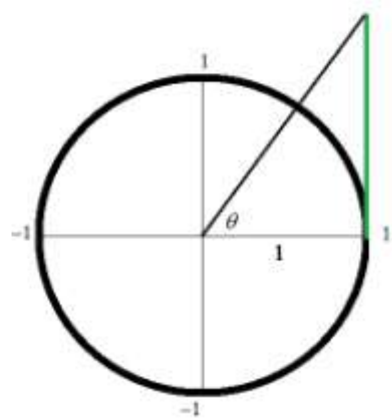
$$cos\ q = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$$

Como la hipotenusa del triángulo tiene valor uno.

$$cos\ q = \frac{cateto\ adyacente}{1}$$

$$cos\ q = cateto\ adyacente$$

Para utilizar el círculo unitario en el análisis de la función tangente del ángulo, es necesario hacer otra construcción.



Recuerda la relación trigonométrica para tangente de un ángulo.

$$tan\ \theta = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$$

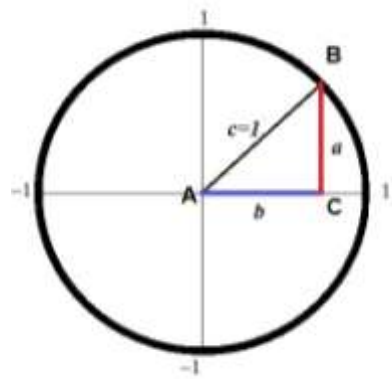
Del círculo trigonométrico se sabe que el cateto adyacente tiene valor de uno, porque está construido sobre el radio del círculo. Sustituyendo este valor, la expresión queda:

$$tan\ \theta = \frac{cateto\ opuesto}{1}$$

$$tan\ \theta = cateto\ opuesto$$

Por lo anterior, se puede decir que el valor de tanθ, coincide con el valor del cateto opuesto, resaltado en verde en la figura.

Si se analizan las funciones anteriores para un ángulo de 45°:



Como el ángulo A de este triángulo rectángulo vale 45°, el ángulo B también tiene ese valor, ya que la suma de los tres ángulos internos de un triángulo debe ser 180°. Entonces, además de ser un triángulo rectángulo es un triángulo isósceles. porque tiene dos ángulos iguales, y dos lados iguales, en este caso los catetos.

Cuando se aplica el Teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Como a y b valen lo mismo y c=1:

$$2a^2 = 1$$

$$a^2 = \frac{1}{2}$$

$$a = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

Cateto opuesto: $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Cateto adyacente: $b = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Sustituyendo en las expresiones obtenidas para seno y coseno en el círculo unitario.

$$sen\ A = cateto\ opuesto$$

$$sen\ 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

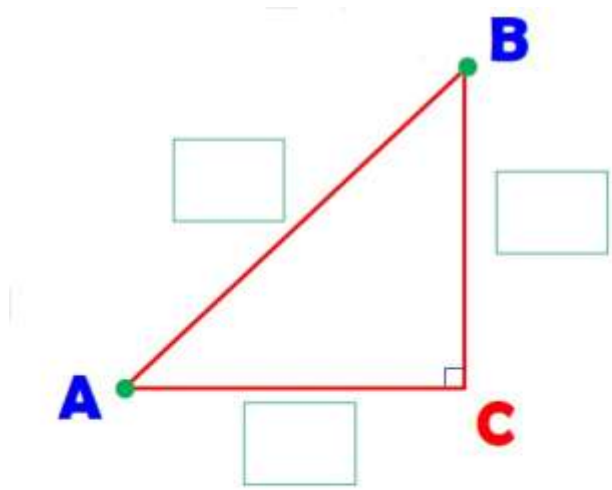
$$cosA = cateto\ adyacente$$

$$cos\ 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

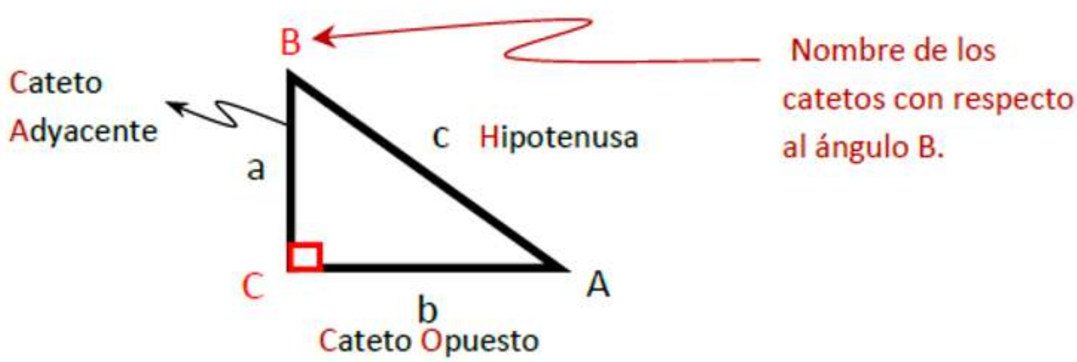
Actividades DE APRENDIZAJE

En esta sección desarrollarás actividades o productos que te permitirán ejercitar los aprendizajes esperados.

Actividad 1
Coloca los nombres de los lados de acuerdo con los nombres de los vértices.



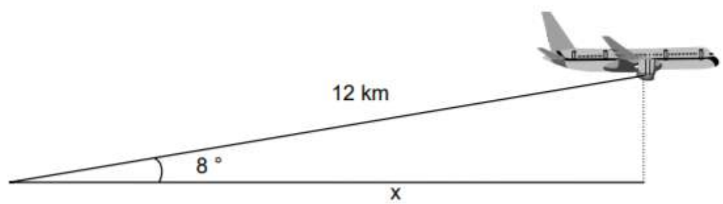
Actividad 2
Con base en los datos de la figura, completa la información del siguiente cuadro:



Directas	Inversas
$senB = \frac{CO}{H} = \frac{b}{c}$ $cosB = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $tanB = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$	$cscB = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $secB = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $cotB = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

Actividad 3

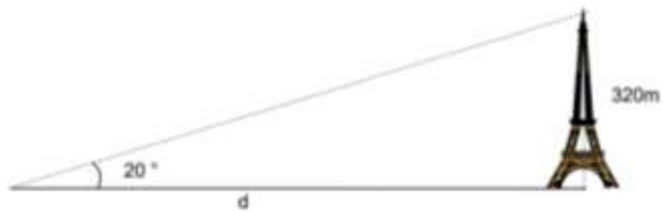
a) Un avión despega con un ángulo de elevación de 8°. Determina la distancia x que recorre después de volar 12 Km. [5]



()

b) La torre Eiffel tiene una altura de 320m como se muestra en la figura. ¿Cuál es la distancia a la que debe colocarse una persona si desea observar la torre con un ángulo de elevación de 20°?[6]

[5] Guía para presentar exámenes de Recuperación o Acreditación Especial (Apoya a Plan 92). Matemáticas III. Colegio de Bachilleres.
[6] Íbidem



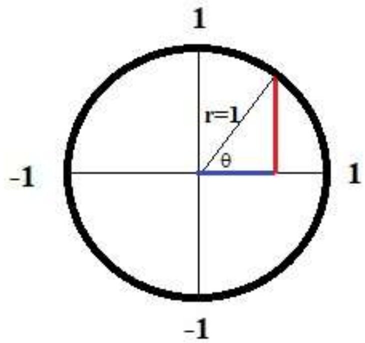
c) ¿Qué ángulo forma el piso con el pie de una escalera de $7\,m$ de largo, si la distancia que tiene hacia el muro es de $2.5\,m$?[7]

d) Desde lo alto de un faro de 150 m de altura se observa una embarcación con un ángulo de depresión de 23°, calcula la distancia del faro a la embarcación. [8]

[7] Guía de estudio Matemáticas II Guía para círculo de estudio, grupo de estudio y examen directo. Matemáticas II. Colegio de Bachilleres Plantel 7 "Iztapalapa"
[8] Íbidem

Actividad 4

Explica con base en el círculo unitario los valores de seno y coseno de 30°.



Actividad 5

Con base en el uso del círculo unitario, completa el siguiente cuadro.

Medida de ángulo θ	$sen\ \theta$	$cos\ \theta$	$tan\ \theta$
30°			
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	
60°			

¿QUIERES CONOCER MÁS?

En este apartado encontrarás recomendaciones de textos que te permitirán consultar, estudiar y ampliar tus conocimientos sobre los contenidos específicos de la guía.

- Video y explicación de funciones y razones trigonométricas y su relación con el círculo unitario.
  https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-trig-functions/alg-unit-circle-definition-of-trig-functions/v/matching-ratios-trig-functions

- Trigonometría y triángulos rectángulos, explicaciones.
  https://es.khanacademy.org/math/trigonometry/trigonometry-right-triangles#intro-to-the-trig-ratios

- Libros en los que encontrarás explicaciones y gran variedad de ejercicios.
  Baldor, A. (2004). Geometría plana y del espacio y trigonometría. Vigésima reimpresión. Publicaciones cultural.
  Clemens, E. (2004). Geometría. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

- Video y explicación del círculo trigonométrico o círculo unitario
  https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-trig-functions/alg-unit-circle-definition-of-trig-functions/v/unit-circle-definition-of-trig-functions-1

- Explicación detallada de las funciones a partir del círculo trigonométrico.
  https://www.cecyt3.ipn.mx/ibiblioteca/mundodelasmatematicas/Ct.html

- Explicación del círculo trigonométrico a través de sombras y ejemplos cotidianos.
  https://www.todamateria.com/funciones-trigonometricas/

- https://matematicasmodernas.com/circulo-trigonometrico-y-funciones-trigonometricas/

Fuentes CONSULTADAS

1. Baldor, A. (2004). Geometría plana y del espacio y trigonometría. Vigésima reimpresión México: Publicaciones Cultural
2. Clemens, E. (2004). Geometría. México: Pearson
3. Filloy, E., Zubieta, G. (2001) Geometría. México: Grupo Editorial Iberoaméricana
4. Guía de Estudio para Examen de Evaluación de Recuperación Plan 2018. Matemáticas II. Colegio de Bachilleres Plantel 2 “Cien metros”. https://guiasbach2.webcindario.com/pagina8.html
5. Guía de estudio Matemáticas II Guía para círculo de estudio, grupo de estudio y examen directo. Matemáticas II. Colegio de Bachilleres Plantel 7 “Iztapalapa” https://drive.google.com/file/d/16pMCqFYjCHXsGe0HbDZ56DzIfwwlmEBg/view
6. Guía de estudio para presentar el examen extraordinario. Matemáticas II. Colegio de Bachilleres Plantel 8 “Cuajimalpa” https://drive.google.com/file/d/1oH5QHFT4Jg0eUEwFb8KTx7h96cVwrDqe/view
7. Guía de Matemáticas. Colegio de Bachilleres Plantel 19 “Ecatepec”. https://sites.google.com/site/cb19portevi/mat
8. Guía para presentar exámenes de Recuperación o Acreditación Especial (Apoya a Plan 92). Matemáticas III. Colegio de Bachilleres. https://repositorio.cbachilleres.edu.mx/wp-content/material/guias/mate_III.pdf

Autoevaluación

Las siguientes actividades te permiten integrar todo lo aprendido con esta guía, además de propiciar un dominio general de las habilidades que ejercitaste.

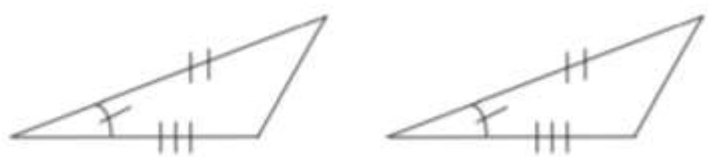
Instrucciones:
Responde correctamente las siguientes actividades, en los casos que requieran procedimiento escríbelo detalladamente y argumenta tus respuestas.

1. Observa que los siguientes pares de triángulos son congruentes. Analiza la información que se te proporciona en cada caso y escribe es criterio de congruencia que justifique la relación.[9]

A)

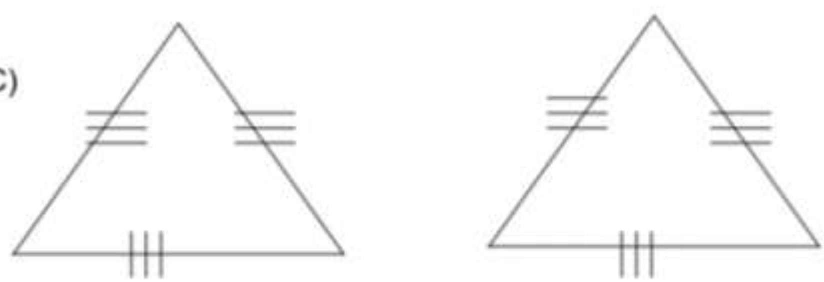
____

B)



____

C)

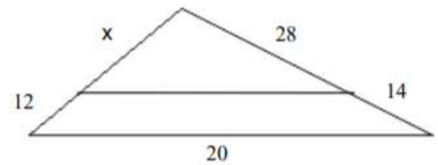


____

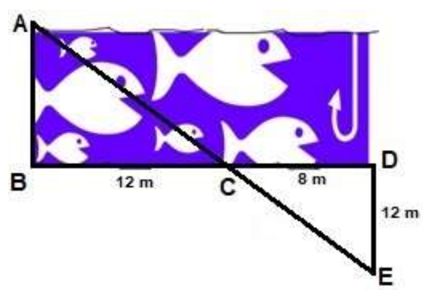
[9] Tomado de Guía para presentar exámenes de Recuperación o Acreditación Especial (Apoya a Plan 92). Matemáticas III. Colegio de Bachilleres.

2. Determina el valor del segmento identificado como x, y posteriormente determina el perímetro del triángulo mayor.

   Sugerencia. Asigna nombre a los vértices de cada triángulo.[10]



3. Utilizando el Teorema de Tales, determina el ancho del río (segmento AB).[11]



4. Se desea construir una rampa de 25 m de largo que se levante a una altura de 5 m ¿qué ángulo formará con el piso?[12]

---

[10] Tomado de Guía para presentar exámenes de Recuperación o Acreditación Especial (Apoya a Plan 92). Matemáticas III. Colegio de Bachilleres.

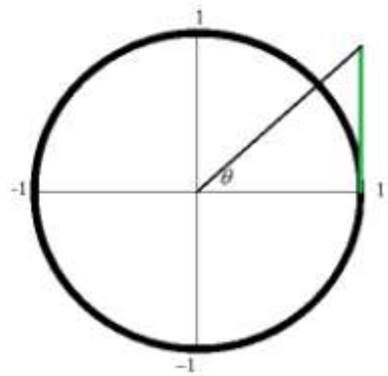
[11] Íbidem

[12] Tomado de Guía de estudio Matemáticas II Guía para círculo de estudio, grupo de estudio y examen directo. Matemáticas II. Colegio de Bachilleres Plantel 7 “Iztapalapa”

5. Un alambre sujeta una antena de radio desde la punta hasta un punto en el suelo a 40 m de la base de la antena. Si el alambre forma un ángulo con el suelo de 58.5° ¿cuál es la altura de la antena?[13]

6. Utilizando el círculo unitario determina el valor de la tangente de 45°.

[13] Tomado de Guía de estudio Matemáticas II Guía para círculo de estudio, grupo de estudio y examen directo. Matemáticas II. Colegio de Bachilleres Plantel 7 “Iztapalapa”


1
-1
θ
1
-1